

© 2020 Aufgabenausschuss für die Mathematik-Olympiade in Deutschland
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar sein. Du musst also auch erklären, wie du zu Ergebnissen und Teilergebnissen gelangt bist. Stelle deinen Lösungsweg logisch korrekt und in grammatisch einwandfreien Sätzen dar.

600711

Dieser Aufgabe liegt eine Problemstellung zugrunde, die Leonardo von Pisa, genannt Fibonacci, in seinem Buch „Liber Abaci“ im Jahre 1202 veröffentlicht hatte.

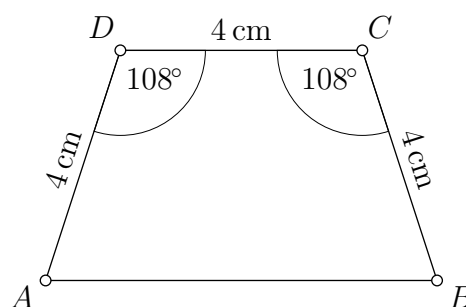
Von zwei Männern hatte der eine drei, der andere zwei Brote. Sie kamen gleichzeitig an einen Brunnen, auf dessen Rand sie sich setzten, um ihre Brote zu verzehren. Ein Wanderer kam des Weges, den sie einluden. Er setzte sich zu ihnen, und sie verzehrten alle fünf Brote, jeder die gleiche Ration. Als der Wanderer ging, ließ er fünf Münzen mit gleichem Wert zurück. Von diesen nahm sich der erste der beiden Männer drei und der zweite Mann zwei, entsprechend der Anzahl Brote, die sie zu Beginn hatten. Doch das war falsch, schrieb Fibonacci. Seiner Meinung nach hätten die Münzen den Brotmengen entsprechend, die jeder der Männer an den Wanderer abgab, verteilt werden sollen.

Wie viele Münzen hätte nach Fibonaccis Meinung der erste der beiden Männer und wie viele der zweite bekommen sollen? Begründe deine Antwort.

600712

Ein Trapez $ABCD$ mit den zueinander parallelen Seiten \overline{AB} und \overline{CD} hat die in der nebenstehenden Abbildung angegebenen Maße.

- Berechne die Größen der Innenwinkel des Teildreiecks ABC .
- Begründe, warum die Strecken \overline{AB} und \overline{BD} gleich lang sind.



Auf der nächsten Seite geht es weiter!

600713

Die folgende Tabelle zeigt einen Stundenplanausschnitt einer Schule.

Montag			Dienstag		
Stunde	Klasse 8a	Klasse 9b	Stunde	Klasse 8a	Klasse 9b
1	Deutsch	Sport	1	Englisch	Deutsch
2	Kunst	Deutsch	2	Mathematik	Englisch
3	Biologie	Englisch	3	Mathematik	Biologie
4	Sport	Physik	4	Deutsch	Mathematik
5	Englisch	Mathematik	5	Geschichte	Deutsch
6	Physik	Geschichte	6	Biologie	–

Die angegebenen Unterrichtsfächer werden von Frau Altmann, Frau Berger, Herrn Cornelius und Herrn Dorn unterrichtet. Es ist bekannt:

- (1) Jede Lehrkraft unterrichtet genau zwei der genannten Fächer.
- (2) Herr Dorn unterrichtet am Dienstag nur in den ersten beiden Stunden.
- (3) Frau Berger unterrichtet dienstags nicht.
- (4) Herr Cornelius unterrichtet montags nur in Klasse 9b.
- (5) Die Englischlehrkraft unterrichtet montags erst ab der dritten Stunde.

Zeige, dass aus diesen Angaben eindeutig ermittelt werden kann, wer welches Fach unterrichtet, und gib diese Zuordnung an.

600714

- a) Die dreistellige Zahl 139 hat die Ziffern 1, 3 und 9 sowie die Quersumme $(1 + 3 + 9 =)$ 13.

Ermittle die Summe aller dreistelligen Zahlen, die jeweils aus allen drei Ziffern der Zahl 139 bestehen, und weise nach, dass diese Summe ein Vielfaches der Quersumme der Ausgangszahl 139 ist.

- b) Ermittle die Summe aller vierstelligen Zahlen, die jeweils aus allen vier Ziffern der Zahl 9876 bestehen, und weise nach, dass diese Summe ein Vielfaches der Quersumme der Ausgangszahl 9876 ist.

- c) Weise nach, dass für jede vierstellige Zahl z mit untereinander und von 0 verschiedenen Ziffern gilt:

Die Summe aller vierstelligen Zahlen, die jeweils aus allen vier Ziffern der Zahl z bestehen, ist ein Vielfaches der Quersumme der Ausgangszahl z .

Für besonders Interessierte:

- d) Weise nach, dass für jede achtstellige Zahl z mit untereinander und von 0 verschiedenen Ziffern gilt:

Die Summe aller achtstelligen Zahlen, die jeweils aus allen acht Ziffern der Zahl z bestehen, ist ein Vielfaches der Quersumme der Ausgangszahl z .